



سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان

باسمه تعالی
جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان
معاونت دانش پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست. «علم نینماید»

دفترچه سؤالات مرحله اول سال ۱۳۹۸

سی‌امین دوره المپیاد کامپیوتر

صبح - ساعت: ۰۹:۰۰

کد دفترچه: ۱

تعداد سؤالات	مدت آزمون (دقیقه)
۲۵	۱۵۰

شماره صندلی:

نام خانوادگی:

نام:

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب ممنوع است.

- ۱- کد دفترچه سؤالات شما ۱ است. این کد را در محل مربوط روی پاسخنامه با مداد پر کنید. در غیر این صورت پاسخنامه شما تصحیح نخواهد شد. توجه داشته باشید کد دفترچه سؤالات شما که در زیر هر یک از صفحه‌های این دفترچه نوشته شده است، با کد اصلی که در همین صفحه است، یکی باشد.
- ۲- بلافاصله پس از آغاز آزمون، تعداد سؤالات داخل دفترچه و وجود همه برگه‌های دفترچه سؤالات را بررسی نمایید. در صورت وجود هرگونه نقصی در دفترچه، در اسرع وقت مسؤول جلسه را مطلع کنید.
- ۳- یک برگ پاسخنامه در اختیار شما قرار گرفته که مشخصات شما بر روی آن نوشته شده است. در صورت نادرست بودن آن، در اسرع وقت مسؤول جلسه را مطلع کنید. ضمناً مشخصات خواسته شده در پایین پاسخنامه را با مداد مشکی بنویسید.
- ۴- برگه پاسخنامه را دستگاه تصحیح می‌کند، پس آن را تا نکید و تمیز نگه دارید و به علاوه، پاسخ هر پرسش را با مداد مشکی نرم در محل مربوط علامت بزنید. لطفاً خانه مورد نظر را کاملاً سیاه کنید.
- ۵- پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره مثبت و پاسخ نادرست ۱ نمره منفی دارد.
- ۶- همراه داشتن هرگونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه، ماشین حساب و لپ‌تاپ ممنوع است. همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد، تقلب محسوب خواهد شد.
- ۷- شرکت‌کنندگان در دوره تابستانی از بین دانش‌آموزان پایه دهم و یازدهم انتخاب می‌شوند.
- ۸- داوطلبان نمی‌توانند دفترچه سؤالات را با خود ببرند. (دفترچه باید همراه پاسخنامه تحویل داده شود.)
- ۹- خبرگاه المپیاد کامپیوتر: inoi.ir می‌باشد.

مرحله ی یکم سی‌امین المپیاد کامپیوتر کشور

- زمان آزمون ۱۵۰ دقیقه است.
- پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره‌ی مثبت و پاسخ نادرست به هر سوال ۱ نمره‌ی منفی دارد.
- ترتیب گزینه‌ها به طور تصادفی است. حتماً کد دفترچه را وارد پاسخ‌نامه کنید.
- سوالات ۱۴ تا ۲۵ در دسته‌های چند سوالی آمده‌اند و قبل از هر دسته توضیحی ارائه شده است.

۱ پیراهن سلطان هفت دکمه دارد که به ترتیب از بالا به پایین با ۱ تا ۷ شماره‌گذاری شده‌اند. منظور از دو دکمه‌ی مجاور، دو دکمه با اختلاف شماره‌ی ۱ است. یک دکمه را قفل گوئیم، اگر دکمه‌ی مجاور باز نداشته باشد. در ابتدا تمام دکمه‌ها باز هستند. سلطان در هر مرحله می‌تواند یکی از دکمه‌های غیر قفل خود را ببندد. سلطان به چند ترتیب مختلف می‌تواند کارش را انجام دهد و به وضعیتی برسد که تمام دکمه‌ها بسته باشند؟

۶۴ (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۲ (۴) ۰ (۵)

۲ یک جدول 3×3 داریم. می‌خواهیم هر خانه از جدول به جز خانه‌ی بالا-راست را با قرمز یا آبی رنگ کنیم. پس از رنگ‌آمیزی، متحرکی از خانه‌ی پایین-چپ جدول آغاز می‌کند و در هر مرحله، اگر در خانه‌ی آبی باشد یک واحد به راست و در غیر این صورت یک واحد به بالا می‌رود (ممکن است متحرک از جدول خارج شود). به چند طریق می‌توان خانه‌های جدول را رنگ کرد، طوری که متحرک پس از تعدادی گام به خانه‌ی بالا-راست برسد؟

۳۲۰ (۱) ۶ (۲) ۹۶ (۳) ۲۰ (۴) ۱۶ (۵)

۳ سیستم عاملی می‌خواهد دو برنامه‌ی زیر را با هم اجرا کند ولی تنها یک پردازنده در اختیار دارد؛ بنابراین در هر مرحله یکی از برنامه‌ها را انتخاب کرده و نخستین خط اجرا نشده‌ی آن را اجرا می‌کند. پیش از شروع اجرای دو برنامه، مقدار متغیر a برابر صفر است. در چند ترتیب مختلف از اجرای خطوط دو برنامه، مقدار متغیر a در انتها برابر دو خواهد شد؟

برنامه‌ی اول: برنامه‌ی دوم:

- | | |
|--|--|
| ۱. مقدار متغیر a را در متغیر b بریز. | ۱. مقدار متغیر a را در متغیر b بریز. |
| ۲. به مقدار متغیر b یک واحد اضافه کن. | ۲. به مقدار متغیر c یک واحد اضافه کن. |
| ۳. مقدار متغیر b را در متغیر a بریز. | ۳. مقدار متغیر c را در متغیر a بریز. |

۲ (۱) ۰ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۱ (۵)

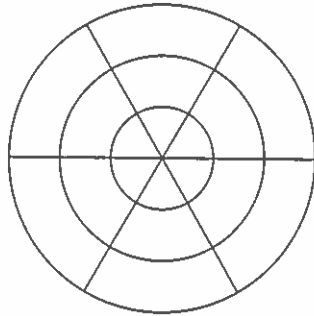
۴ منظور از رشته، کلمه‌ای با حروف a, b, c است. هر گاه رشته‌ی X از تعدادی (حداقل یک) حرف متوالی رشته‌ی Y به دست آید، گوئیم X زیررشته‌ی Y است. برای مثال aab یک زیررشته از $caabca$ است، در حالی که aba زیررشته‌ی آن نیست. یک رشته را مختلف‌النامبر گوئیم، هر گاه تعداد a ها، تعداد b ها و تعداد c ها در آن دویبه‌دو متفاوت باشند. برای مثال aab مختلف‌النامبر است، اما $aacc$ مختلف‌النامبر نیست. چند رشته‌ی ۱۰۰ حرفی وجود دارد که زیررشته‌ی مختلف‌النامبر نداشته باشد؟

۹ (۱) ۰ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۸ (۵)

۵ شکل زیر از سه لایه و شش قطاع تشکیل شده است که ۱۸ خانه‌ی متفاوت ساخته‌اند. می‌خواهیم خانه‌ها را با اعداد ۱ تا ۱۸ شماره‌گذاری کنیم، طوری که شرایط زیر برقرار باشد:

- هیچ لایه‌ای نداشته باشیم که ضرب اعداد خانه‌های آن بر ۲۶ یا ۳۹ بخش پذیر باشد.
- ضرب اعداد هر قطاع بر ۶ بخش پذیر باشد.

به چند طریق این کار ممکن است؟

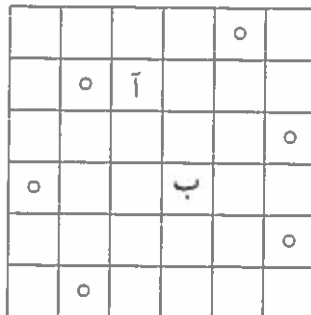


(۱) $0 \cdot (2!)^6 \times 2^6 \times (3!)^2 \times (6!)^2 \times 3 \times (6!)^2 \times 2^6 \times (4!)^2 \times 2^6 \times 3 \times (5!)^2 \times 2^6 \times (6!)^2$

۶ مهدی می‌خواهد خانه‌های یک جدول 3×3 را با اعداد صحیح ۰ تا ۴ پر کند، طوری که عدد هر خانه برابر با باقی‌مانده‌ی جمع اعداد همسایه‌هایش در تقسیم بر ۵ باشد (دو خانه همسایه هستند، اگر یک ضلع مشترک داشته باشند). در ابتدا مرتضی یک عدد صحیح x از ۰ تا ۴ انتخاب می‌کند و آن را در هر چهار خانه‌ی گوشه‌ی جدول قرار می‌دهد. مهدی چند راه برای پر کردن پنج خانه‌ی خالی جدول دارد؟

(۱) 3125 (۲) تعداد راه‌ها وابسته به x است. (۳) ۱ (۴) ۲۵ (۵) ۵

۷ جدول زیر را در نظر بگیرید. به خانه‌های شامل دایره‌ی توخالی، مولد می‌گوییم. می‌خواهیم، از خانه‌ی «آ» به خانه‌ی «ب» برسیم. ما مجاز به حرکت در چهار جهت اصلی هستیم، با این شرط که اگر بخواهیم در جهتی حرکت کنیم، باید در پشت سر خانه‌ی کنونی (بلافاصله یا با فاصله) خانه‌ی مولدی قرار داشته باشد. به طور مثال حرکت اول حتماً به سمت راست است. چند راه برای رفتن از خانه‌ی «آ» به خانه‌ی «ب» وجود دارد، طوری که هر خانه را حداکثر یک بار ببینیم؟

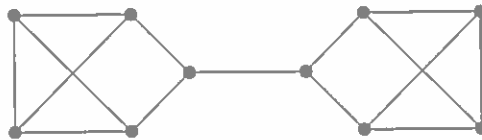


(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۰ (۵) ۳

۸ سعید و حسام یک بازی فکری را سه دست انجام می‌دهند و در نهایت کسی برنده می‌شود که حداقل دو دست بازی را برده باشد. در هر دست، احتمال برد حسام a و احتمال برد سعید $1 - a$ است. احتمال برنده شدن حسام را در کل بازی p در نظر بگیرید. حال فرض کنید این دو نفر، دو دست از بازی را انجام داده‌اند و سعید، دقیقاً یک دست را برده باشد؛ احتمال برنده شدن حسام را در کل بازی با شرایط جدید p' در نظر بگیرید. شرط لازم و کافی برای این که $p' > p$ باشد، چیست؟

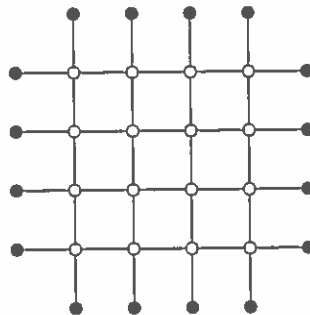
- (۱) $a < 1/5$ (۲) $a < 1/2$ (۳) $a < 2/3$ (۴) هیچ‌کدام (۵) $a < 1/3$

۹ در شکل زیر به هر یک از ۱۰ نقطه‌ی مشخص شده یک رأس می‌گوییم. دو رأس را مجاور گوییم، اگر با یک پاره‌خط مستقیم به هم وصل باشند. به چند طریق می‌توان رأس‌ها را با قرمز، آبی و سبز رنگ کرد، طوری که هر دو رأس مجاور، ناهم‌رنگ باشند؟ الزامی به استفاده از هر سه رنگ نیست.



- (۱) ۳۲ (۲) ۱۶ (۳) ۹۶ (۴) ۰ (۵) ۴۸

۱۰ در ابتدا در هر نقطه‌ی توپُر از شکل زیر یک متحرک قرار دارد. آن‌ها قرار است طبق الگوریتمی مشخص حرکت کنند. سرعت حرکت متحرک‌ها برابر و ثابت است. هم‌چنین همگی از لحظه‌ی یکسانی شروع به حرکت می‌کنند. پس از آغاز فرآیند، هر متحرک به محض این که به یک نقطه‌ی توپُر برسد، می‌ایستد.



به ازای کدام موارد از الگوریتم‌های زیر، پس از ایستادن تمام متحرک‌ها، در هر نقطه‌ی توپُر یک متحرک وجود خواهد داشت؟

- الگوریتم (آ): هر متحرک هنگام رسیدن به هر نقطه‌ی توخالی به راست می‌پیچد و به حرکت ادامه می‌دهد.
- الگوریتم (ب): هر متحرک هنگام رسیدن به اولین نقطه‌ی توخالی به راست می‌پیچد، هنگام رسیدن به دومین نقطه‌ی توخالی به چپ می‌پیچد و همین طور یک در میان با چرخش به راست و چپ ادامه می‌دهد.
- الگوریتم (پ): هر متحرک هنگام رسیدن به هر خانه‌ی توخالی، اگر در آن لحظه متحرک دیگری را نیز در همان نقطه ببیند، به سمت راست می‌پیچد؛ در غیر این صورت مستقیم می‌رود.

- (۱) آ و ب (۲) آ و ب (۳) هر سه مورد (۴) هیچ‌کدام (۵) آ

مرحله‌ی یکم سی‌امین المپیاد کامپیوتر کشور

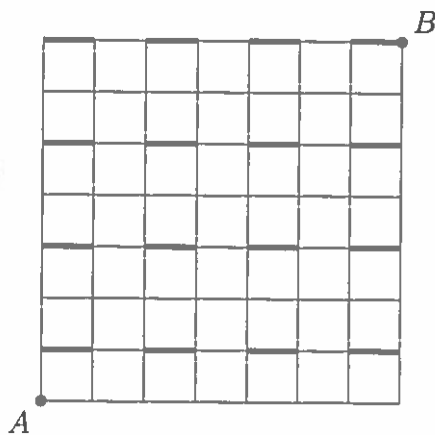
۱۱ مهره‌ی رخ در بازی شطرنج، خانه‌های هم‌سطر و هم‌ستون خود را تهدید می‌کند. می‌خواهیم در برخی از خانه‌های یک صفحه شطرنج 8×8 مهره‌ی رخ قرار دهیم، طوری که هر مهره، حداکثر یک مهره‌ی دیگر را تهدید کند. حداکثر چند مهره می‌توانیم بگذاریم؟

- ۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۹ (۴) ۸ (۵)

۱۲ مهره‌ی وزیر در بازی شطرنج، خانه‌های هم‌سطر، هم‌ستون و هم‌قطر خود را تهدید می‌کند. همان مسئله‌ی قبل را حل کنید، با این تفاوت که این بار به جای مهره‌های رخ می‌خواهیم از مهره‌های وزیر استفاده کنیم.

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۰ (۴) ۱۵ (۵)

۱۳ سلطان در ابتدا در نقطه‌ی A از شکل زیر قرار دارد و کلاهش روی سرش است. او هر مرحله می‌تواند با حرکت روی خطوط، یک واحد به راست یا یک واحد به بالا برود. سلطان به هنگام گذر از پاره‌خط‌های پررنگ، وضعیت کلاه روی سرش را تغییر می‌دهد؛ یعنی اگر کلاه روی سرش باشد آن را برمی‌دارد و در غیر این صورت آن را روی سرش می‌گذارد. سلطان به چند طریق می‌تواند با تعدادی گام به نقطه‌ی B برسد، طوری که در نقطه‌ی B کلاه روی سرش باشد؟



- (۱) $\binom{12}{6}$ (۲) $\binom{13}{6}$ (۳) $4 \times \binom{10}{5}$ (۴) $\frac{\binom{17}{7}}{7}$ (۵) $2 \times \binom{12}{6}$

فرض کنید دنباله‌ای از اعداد طبیعی داریم. در هر مرحله می‌توانیم دو عدد متوالی از دنباله انتخاب کرده، یکی از آن‌ها را یک واحد افزایش و دیگری را یک واحد کاهش دهیم (پس از انجام مرحله، اعداد دنباله باید مثبت بمانند). به این عمل ارتودنسی می‌گوییم! برای مثال دنباله‌ی $(1, 3, 5, 2, 4)$ با یک عمل ارتودنسی می‌تواند به $(1, 3, 6, 1, 4)$ تبدیل شود. به یک دنباله صاف و صوف می‌گوییم، اگر تمام اعضای آن ۳ باشند.

با توجه به توضیحات بالا به ۳ سوال زیر پاسخ دهید

۱۴ کدام یک از دنباله‌های زیر، با تعداد کم‌تری عمل ارتودنسی می‌توانند صاف و صوف شوند؟

- (۱) $(3, 1, 3, 5, 3)$ (۲) $(2, 5, 1, 4, 3)$ (۳) $(1, 2, 3, 4, 5)$ (۴) $(3, 2, 2, 4, 4)$ (۵) $(2, 3, 3, 3, 4)$

مرحله‌ی یکم سی‌امین المپیاد کامپیوتر کشور

۱۵ چند دنباله‌ی پنج عضوی از اعداد طبیعی وجود دارد که می‌توانند با تعدادی مرحله، صاف و صوف شوند؟

- ۱۰۰۱ (۵) ۲۴۳ (۴) ۱۲۰ (۳) ۳۰۶۰ (۲) ۳۱۲۵ (۱)

۱۶ فرض کنید تعدادی عمل ارتودنسی روی دنباله‌ای انجام شود. گوییم یک عدد در دنباله در حین مراحل زخمی شده است، اگر دست کم یک بار افزایش و دست کم یک بار کاهش یافته باشد. چند جایگشت از اعداد ۱ تا ۵ را می‌توان با تعدادی عمل ارتودنسی صاف و صوف کرد، طوری که هیچ عددی در حین مراحل زخمی نشود؟

- ۱۲۰ (۵) ۲۸ (۴) ۲۴ (۳) ۱۶ (۲) ۱۲ (۱)

منظور از بیت، رقم ۰ یا ۱ است. اعمال \vee ، \wedge و \oplus روی بیت‌ها مطابق جدول زیر تعریف می‌شوند:

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \oplus q$
۰	۰	۰	۰	۰
۰	۱	۱	۰	۱
۱	۰	۱	۰	۱
۱	۱	۱	۱	۰

بوجی پلکانی به شکل زیر دارد:

a_1						
•	a_2					
	•	a_3				
•		•	a_4			
	•		•	a_5		
•		•		•	a_6	
	•		•		•	a_7

با توجه به توضیحات بالا به ۳ سوال زیر پاسخ دهید

۱۷ بوجی ابتدا به جای هر یک از a_1 تا a_7 یک بیت می‌گذارد. سپس مقدار هر خانه‌ی دیگر مانند C برابر حاصل عمل \oplus روی خانه‌های بالا و راست C خواهد شد. بوجی به چند طریق می‌تواند کارش را انجام دهد، طوری که مقدار خانه‌ی پایین-چپ پلکان برابر ۱ شود؟ در این مسئله نقاط داخل خانه‌ها تأثیری ندارند.

- ۱۲۶ (۵) ۸ (۴) ۲ (۳) ۶۴ (۲) ۰ (۱)

مرحله ی یکم سی امین المپیاد کامپیوتر کشور

۱۸ بوجی ابتدا به جای هر یک از a_1 تا a_7 یک بیت می گذارد. سپس مقدار هر خانه ی دیگر مانند C به صورت زیر مشخص می شود:

- اگر C نقطه داشته باشد، مقدار آن برابر حاصل عمل ۸ روی خانه های بالا و راست C خواهد شد.
 - اگر C نقطه نداشته باشد، مقدار آن برابر حاصل عمل ۷ روی خانه های بالا و راست C خواهد شد.
- بوجی به چند طریق می تواند کارش را انجام دهد، طوری که مقدار خانه ی پایین-چپ پلکان برابر ۱ شود؟

۱ (۱) ۸۰ (۲) ۱۲۶ (۳) ۱۶ (۴) ۴۸ (۵)

۱۹ همان مسئله ی قبل را حل کنید، با این تفاوت که عملکرد خانه های نقطه دار و بدون نقطه جابه جا شود؛ یعنی مقدار هر خانه ی نقطه دار با عمل ۷ و مقدار هر خانه ی بدون نقطه با عمل ۸ به دست آید.

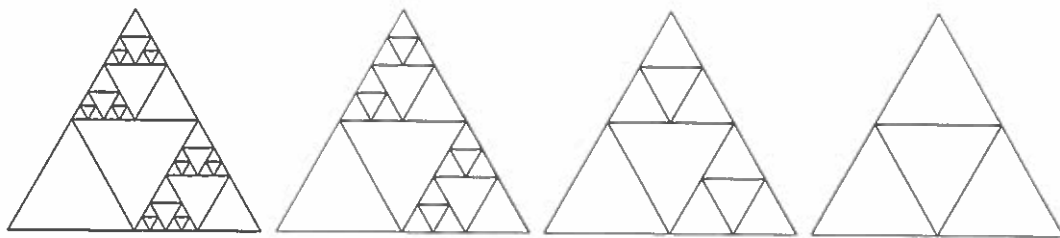
۸۰ (۱) ۴۸ (۲) ۶۴ (۳) ۱ (۴) ۱۶ (۵)

مثلثال شکلی است که مرحله به مرحله تکمیل می شود. مثلثال در مرحله ی صفرم از یک مثلث متساوی الاضلاع بزرگ تشکیل شده است که به چهار مثلث متساوی الاضلاع کوچک تر و هم اندازه تقسیم شده است. به یک مثلث کال گوئیم، اگر داخل آن کاملاً خالی باشد. مثلثی را که دقیقاً شامل چهار مثلث کال باشد، جوان می گوئیم. در هر مرحله تمام مثلث های جوان را در نظر می گیریم و عملیات زیر را بر روی هر کدام از آنها انجام می دهیم:

چهار مثلث کال داخل را مثلث های بالا، وسط، پایین راست و پایین چپ می نامیم. دو تا از این چهار مثلث، به چهار مثلث کوچک تر تقسیم می شوند که انتخاب مثلث ها بستگی به باقی مانده ی شماره ی مرحله به سه دارد:

- اگر باقی مانده برابر یک باشد، مثلث پایین راست و مثلث بالا را تقسیم می کنیم.
- اگر باقی مانده برابر دو باشد، مثلث پایین چپ و مثلث بالا را تقسیم می کنیم.
- اگر باقی مانده برابر صفر باشد، مثلث پایین راست و مثلث پایین چپ را تقسیم می کنیم.

سه مرحله ی اول در شکل زیر نشان داده شده است:



با توجه به توضیحات بالا به ۳ سوال زیر پاسخ دهید

۲۰ پس از مرحله ی n ام، چند مثلث کال وجود دارد؟

۲ (۱) $2 \times 2^{n+1} - 2$ (۲) $2^{n+1} + 2$ (۳) $3^{n+1} + 1$ (۴) $2 \times 3^{n+1} - 2$ (۵)

۲۱ به یک نقطه در صفحه تیز گوئیم، اگر رأس دست کم یکی از مثلث‌های شکل باشد (نه لزوماً مثلث‌های کال). پس از مرحله‌ی ۲ام، تعداد نقاط تیز چند تاست؟

- (۱) $3 \times 2^{i+1}$ (۲) $2 \times 3^{i+2} - 4$ (۳) 6^{i+1} (۴) $2 \times 3^{i+1}$ (۵) $2 + 3^{i+1}$

۲۲ به یک خط افقی در صفحه مشغول گوئیم، اگر شامل حداقل یک نقطه‌ی تیز باشد. لزومی ندارد این خط در مثال رسم شده باشد. پس از مرحله‌ی ۶ام، تعداد خط‌های افقی مشغول در صفحه چیست؟

- (۱) ۶۳ (۲) ۵۳ (۳) ۱۲۸ (۴) ۷۹ (۵) ۵۰

پشته یکی از داده‌ساختارهای پرکاربرد در علوم کامپیوتر است که دنباله‌ای از عناصر را ذخیره می‌کند. تغییرات در عناصر پشته فقط از دو نوع می‌تواند باشد:

- یک عضو به انتهای پشته اضافه شود.
- یک عضو از انتهای پشته حذف شود.

برای مثال فرض کنید پشته‌ای به صورت $\langle 1, 4, 3 \rangle$ باشد. با اضافه کردن عضوی با مقدار ۷ به انتها، پشته به صورت $\langle 1, 4, 3, 7 \rangle$ خواهد شد. همچنین اگر از انتهای پشته‌ی $\langle 2, 10, 3 \rangle$ یک عنصر را حذف کنیم، پشته به صورت $\langle 2, 10 \rangle$ خواهد شد.

اکنون می‌خواهیم یکی از روش‌های ذخیره‌سازی پشته در کامپیوتر را شرح دهیم. در این روش، عمل‌های زیر را می‌توان انجام داد:

- عمل ساختن پشته: با دستور $create(S)$ پشته‌ای با نام S ساخته می‌شود و یک خانه در حافظه به آن اختصاص پیدا می‌کند که در ابتدا این خانه مقداری ندارد. اجرای این عمل یک واحد زمان مصرف می‌کند.

$S \square$

- عمل اضافه کردن به پشته: با دستور $push(S, x)$ مقدار x به انتهای پشته‌ی S اضافه می‌شود. دو حالت داریم:

– حافظه‌ی مربوط به S دارای خانه‌ی خالی باشد؛ در این صورت عدد x در نخستین خانه‌ی خالی حافظه‌ی مربوط به پشته‌ی S قرار می‌گیرد. برای مثال اگر حافظه‌ی مربوط به S به شکل سمت چپ باشد و دستور $push(S, 6)$ اجرا شود، حافظه‌ی مربوط به S به شکل سمت راست در خواهد آمد:

$S \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 2 & 3 & 5 & 1 & 3 & \\ \hline \end{array}$ $S \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 2 & 3 & 5 & 1 & 3 & 6 \\ \hline \end{array}$

اجرای عمل بالا یک واحد زمان مصرف می‌کند.

– حافظه‌ی مربوط به S دارای خانه‌ی خالی نباشد؛ در این صورت جایی جدید از حافظه با دو برابر تعداد خانه‌های حافظه‌ی فعلی به S اختصاص داده شده و سپس عمل اضافه کردن انجام می‌شود. برای مثال اگر حافظه‌ی مربوط به S به شکل سمت چپ باشد و دستور $push(S, 10)$ اجرا شود، حافظه‌ی مربوط به S به شکل سمت راست خواهد آمد:

$S \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 5 & 2 \\ \hline \end{array}$ $S \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 5 & 2 & 10 & \\ \hline \end{array}$

مرحله‌ی یکم سی‌امین المپیاد کامپیوتر کشور

اجرای چنین عملی به اندازه‌ی تعداد خانه‌های حافظه‌ی جدید اختصاص داده شده زمان مصرف می‌کند. برای نمونه، در مثال بالا ۸ واحد زمان مصرف می‌شود.

- عمل حذف کردن از پشته: با دستور $pop(S)$ یک عنصر از انتهای پشته‌ی S حذف می‌شود. برای مثال اگر حافظه‌ی مربوط به S به شکل سمت چپ باشد و دستور $pop(S)$ اجرا شود، حافظه‌ی مربوط به S به شکل سمت راست در خواهد آمد:

S

۲	۳	۵	۲	۱	۱	۰			
---	---	---	---	---	---	---	--	--	--

S

۲	۳	۵	۲	۱	۰				
---	---	---	---	---	---	--	--	--	--

در حالتی که با خالی کردن آخرین خانه‌ی پر حافظه‌ی مربوط به S ، دست کم نیمی از خانه‌ها خالی شود، حافظه‌ای جدید به S اختصاص داده می‌شود که خانه‌های خالی آن حذف شده‌اند (مگر اینکه S تنها یک خانه داشته باشد که در این صورت آن خانه حذف نمی‌گردد). برای مثال اگر حافظه‌ی مربوط به S به شکل سمت چپ باشد و دستور $pop(S)$ اجرا شود، حافظه‌ی مربوط به S به شکل سمت راست در خواهد آمد:

S

۱	۱	۵	۲	۱	۰				
---	---	---	---	---	---	--	--	--	--

S

۱	۱	۵	۲						
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--

اجرای عمل حذف عنصر در حالتی که تعداد خانه‌ی حافظه‌ی مربوط به S تغییر کند (نصف شود)، به اندازه‌ی تعداد خانه‌های حافظه‌ی جدید اختصاص داده شده زمان مصرف می‌کند. برای نمونه در مثال بالا ۴ واحد زمان مصرف می‌شود. در حالتی نیز که تعداد خانه‌های حافظه‌ی مربوط به S تغییر نمی‌کند، یک واحد زمان مصرف خواهد شد.

- عمل کپی: با دستور $copy(A, B)$ حافظه‌ای به اندازه‌ی حافظه‌ی پشته‌ی A به پشته‌ی B اختصاص می‌یابد و مقادیر خانه‌های حافظه‌ی B نیز برابر مقادیر خانه‌های حافظه‌ی A خواهند شد. اجرای این عمل به اندازه‌ی تعداد خانه‌های حافظه‌ی مربوط به A زمان مصرف می‌کند.

توجه کنید قبل از عملیات روی پشته، باید آن پشته در خطوط قبلی برنامه با دستور $create$ ساخته شده باشد.

با توجه به توضیحات بالا به ۳ سوال زیر پاسخ دهید

برنامه‌ی زیر چند واحد زمان مصرف می‌کند؟ ۲۳

```
create(X)
push(X, ۱)
push(X, ۱)
push(X, ۱)
pop(X)
push(X, ۱)
push(X, ۱)
pop(X)
push(X, ۱)
```

۱۵ (۵)

۱۱ (۴)

۱۹ (۳)

۱۷ (۲)

۱۴ (۱)

مرحله‌ی یکم سی‌امین المپیاد کامپیوتر کشور

۲۴ در برنامه‌ای ابتدا با دستور $create(S)$ پشته‌ی S ساخته می‌شود. در ادامه‌ی این برنامه ۱۳۹۸ دستور $push(S, ۱)$ وجود دارد. این برنامه چند واحد زمان مصرف می‌کند؟

۲۱۳۹۹ + ۱۳۹۹ (۵) ۲۱۳۹۸ + ۱۳۹۷ (۴) ۵۴۸۲ (۳) ۴۰۹۵ (۲) ۵۴۹۳ (۱)

۲۵ یک برنامه حداقل چند خط باید داشته باشد تا در انتهای آن دست کم ۱۰۰ واحد حافظه (در مجموع برای پشته‌ها) وجود داشته باشد؟

۲۳ (۵) ۲۲ (۴) ۵۱ (۳) ۳۵ (۲) ۲۷ (۱)